***Скалярное произведение векторов***

*Опр.1* Скалярным произведением векторов и называют число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними и обозначают

*Например*: Найти скалярное произведение векторов, если .

Решение:

***Свойства скалярного произведения****:*

1) 

2) 

3) 

*Вычисление скалярного произведения в координатах:*

Если ,, то

*Например:* Найти скалярное произведение векторов, если 

Решение: 

***Приложения скалярного произведения***

1) **Нахождение углов между векторами**.

Если ,, то

*Например:* Найти угол между векторами и , если .

Решение: Запишем координаты векторов  = (1, 2, 3), = (6, 4, -2).

⋅= 6 + 8 – 6 = 8:

.

cosϕ = 

2) **Признак перпендикулярности векторов**: 

*Например:* Найдите значение параметра m, при каком векторы перпендикулярны.

Решение: 

.

**3)** **Вычисление длин векторов**:

*Например:* Найдите если 

Решение:

,

=0+9=9

***Векторное произведение векторов***

*Опр. 2* Векторным произведением двух векторов  и называют вектор , такой, что

1) 

2) 

3) направлен так, что с его конца кратчайший поворот от первого сомножителя ко второму виден против хода часовой стрелки.







Обозначается: .

***Свойства векторного произведения***

1) 

2) 

3) 

***Вычисление векторного произведения в координатах***

Если ,, то .

*Например*: Найти векторное произведение векторов  и .

Решение:  = (2, 5, 1); = (1, 2, -3)

.

***Применения векторного произведения***

1) Вычисление площадей:

а) площадь параллелограмма, построенного на векторах,  и  вычисляется по формуле











б) площадь треугольника, построенного на векторах , вычисляется по формуле 

*Например:* Вычислите площадь треугольника с вершинами А(2, 2, 2), В(4, 0, 3), С(0, 1, 0).

Решение:





 (ед2).

Ответ: 

2) Два вектора коллинеарны тогда и только тогда, когда их векторное произведение равно нулевому вектору.

***Смешанное произведение***

*Опр. 3* **Смешанным произведением** векторов ,  и  называется число, равное скалярному произведению вектора  на вектор, равный векторному произведению векторов  и  и обозначается .

Если заданы координаты векторов ,, то

***Свойства смешанного произведения***

1) Смешанное произведение меняет свой знак при замене местами любых двух сомножителей.

2) Числовой множитель при любом векторе можно выносить за знак смешанного произведения.

3) .

4) Если два сомножителя коллинеарны, то смешанное произведение равно нулю. ***Применение смешанного произведения***

1) Вычисление объемов тел:

а) Объём параллелепипеда равен смешанному произведению векторов на которых он построен, т.е .

б) Объем треугольной пирамиды, построенной на векторах ,  и , определяется по формуле 

*Например:* Найдите объем пирамиды, если вершины имеют координаты A(0; 0; 1), B(2; 3; 5), C(6; 2; 3), D(3; 7; 2).

Решение: Найдем координаты векторов 

Вычислим объем пирамиды



2) Три вектора , ,  компланарны тогда и только тогда, когда их смешанное произведение равно нулю.

*Например:*  Выясните, принадлежат ли одной плоскости четыре точки, , , .

Решение: Четыре точки лежат в одной плоскости, если векторы компланарны.



=> векторы компланарны => точки A, B, C, D  одной плоскости.